

# Zur Thermodynamik von Arbeitsgasen für Atomraketen\*

Von IRENE SÄNGER-BREDT \*\*

(Z. Naturforsch. 8a, 796—804 [1953]; eingegangen am 3. August 1953)

In einigen technischen Anwendungsbereichen, wie z. B. bei den durch Kernenergie aufgeheizten, thermischen Atomraketen, stellt sich das Problem, ein im Kessel auf sehr hohe Enthalpie aufgeheiztes Arbeitsmedium in einer Düse auf möglichst große Ausströmgeschwindigkeiten zu beschleunigen, ohne die noch beherrschbaren Wärmeübergänge an die Kesselwände zu überschreiten.

Unter Voraussetzung isentropischer Entspannung und völliger Gleichgewichtseinstellung in Kessel und Düse wird zunächst der besonders interessierende Beispieldfall gewöhnlichen Wasserstoffs als Arbeitsgas im Druckbereich zwischen  $10^{-5}$  und  $10^{+2}$  at und bis zu Temperaturen von  $10000^{\circ}\text{K}$  hinsichtlich Zustandsgrößen und Ausströmgeschwindigkeiten untersucht. Die weitere Untersuchung erfolgt getrennt für die durch Strahlung und die durch Konvektion bedingten Wärmeübergänge. Dabei werden an Stelle der unsicher und schwierig zu berechnenden Absolutwerte *Parameter* für die Wärmeübergänge eingeführt, die der Vergleichsbetrachtung genügen. Es sind dies: Die Temperatur für den Wärmeübergang durch Strahlung und das sogenannte „Konvektionsprodukt“ aus Gasdichte, Gasenthalpie und mittlerer Molekulargeschwindigkeit für den konvektiven Wärmeübergang.

Die in Form von Diagrammen wiedergegebenen quantitativen Berechnungsergebnisse lehren, daß man bei Anwendung diathermer, wenig strahlender Arbeitsgase, wie des Wasserstoffs, und niedriger Kesseldrucke Ausströmgeschwindigkeiten bis gegen  $30000\text{ m/s}$  verwirklichen kann, — bei gleichen Wärmeübergängen wie in den Brennkammern von bereits erprobten chemischen Raketen mit Ausströmgeschwindigkeiten zwischen 2000 und  $3000\text{ m/s}$ .

Eine überschlägige vergleichende Untersuchung des Heliums, als Prototyp für leichte Edelgase, ergibt bei gleichen konvektiven Wärmeübergängen höhere Ausströmgeschwindigkeiten im Bereich mäßiger Aufheizungsenthalpien. Wegen der gleichzeitig auftretenden, im Verhältnis zum Wasserstoff viel höheren Feuergastemperaturen kehren sich diese günstigen Verhältnisse jedoch infolge auftretender Ionisation und Strahlung um, bevor die erwünschten hohen Absolutwerte der Ausströmgeschwindigkeit oberhalb von  $10000\text{ m/s}$  erreicht werden können.

Die Kernphysik erlaubt uns heute die Verwirklichung fast unbegrenzt hoher Energiekonzentrationen in der Masseneinheit. Beispielsweise wurden bei dem 1932 erstmalig verwirklichten Aufbau des Heliums aus Lithium und leichtem Wasserstoff, also der Reaktion  ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^2_2\text{He}$ , im Einzelprozeß  $17,3\text{ MeV}$  oder  $6,6 \cdot 10^{-16}\text{ kcal}$  frei. Das entspricht einer Energiekonzentration  $gH$  von  $5 \cdot 10^{+10}\text{ kcal}$  pro Massenkilogramm der nach erfolgter Reaktion noch vorhandenen Ruhemasse. Zum Vergleich sei erwähnt, daß bei der Verbindung von 2 Wasserstoffatomen zu molekularem Wasserstoff, also einer klassischen Schalenreaktion mit extrem hoher exothermer Bildungsenthalpie, die Energiekonzentration nur rund  $5 \cdot 10^{+5}\text{ kcal}$  pro Massenkilogramm beträgt.

Nichts wäre erwünschter als die unmittelbare Anwendbarkeit der sehr hohen Energiekonzentrationen in der Raketechnik<sup>1,2</sup>, da sie es möglich machen würden, eine der wichtigsten Kenngrößen für jede Flugleistung, die theoretische Auspuffgeschwindigkeit<sup>3</sup>  $c_{\text{th}} = \sqrt{2gH}$ , beliebig hoch zu steigern. Solange man jedoch nur Raketen kennt, deren Feuerraum durch materielle Wände begrenzt ist, sind hohe Energiekonzentrationen in Feuerraum und Düse von einem bestimmten oberen Betrag an aus zweierlei Ursachen grundsätzlich nicht mehr beherrschbar, selbst wenn man annimmt, daß die Feuerraumwände für die Trägerteilchen der hohen Energien undurchlässig blieben:

1. Da die konvektiven Wärmeübergänge des Feuergases an die Wände, wie später gezeigt werden

trieb für Fernbomber, Deutsche Luftfahrtforschung UM 3538, Ainring 1944; bzw. Edition Robert Cornog, Santa-Barbara, California 1952.

<sup>3</sup> E. Sänger, Raketenflugtechnik, Verlag Oldenbourg, München 1933; bzw. Edwards Broth. Inc., Ann Arbor, Michigan 1942.

\* Nach einem Vortrag gelegentlich des IV. Internationalen Astronautischen Kongresses in Zürich, 4. August 1953.

\*\* Paris, Courcelle-sur-Yvette (S. — O.).

<sup>1</sup> J. Ackeret, Zur Theorie der Raketen, *Helv. physica Acta* 19, 103 [1946].

<sup>2</sup> E. Sänger u. I. Bredt, Über einen Raketenan-



soll, immer einer Potenz  $n \leq 1$  des Produktes aus der Gesamtenthalpie  $H$  und dem Gasdruck  $p$  proportional sind, wird nämlich im günstigsten Fall eines völlig strahlungsfreien Gases von einem bestimmten Enthalpiewert an eine weitere Enthalpiesteigerung nur bei gleichzeitiger und fast gleich starker Absenkung des Gasdrucks möglich sein.

2. Der Feuergasdruck kann aber seinerseits nur so weit gesenkt werden, wie noch die Gesetzmäßigkeiten kontinuierlicher Medien für die Strömung gewährleistet sind. Im gaskinetischen Strömungsbereich, in dem es keine schützende Grenzschicht mehr gibt, stehen die konvektiven Wärmeübergänge an die den Feuerraum umspannenden Wände zur Enthalpie in unmittelbarer Beziehung, und die möglichen Ausströmgeschwindigkeiten sind dann bestimmt durch die bei Energiegleichgewicht sich einstellenden Wandtemperaturen. Diese Erscheinungen sind von dem Zeitpunkt an fällig, wo die mittleren freien Weglängen  $\Lambda$  den Dicken der Strömungsgrenzschicht vergleichbar groß werden; sie sind ausgeprägt vorhanden, wenn  $\Lambda$  die Größenordnung der Ofenabmessungen erreicht. Für einatomigen Wasserstoff z. B. betragen die mittleren freien Weglängen in Metern etwa  $\Lambda_H = 1,3 \cdot 10^{-10} T/p$ , wenn der Druck  $p$  in at und die Temperatur  $T$  in  $^0\text{K}$  gemessen werden; bei  $4000^0\text{K}$  und  $10^{-5}$  at wird so die freie Weglänge  $\Lambda_H = 0,19$  m. Sobald das homogene Gas in ein Plasma übergeht, müssen die freien Weglängen für jede Komponente des Plasmas gesondert betrachtet werden. Bei  $p = 10^{-5}$  at und  $T = 8000^0\text{K}$ , wo Wasserstoffatome, Protonen und Elektronen im Gleichgewichtszustand näherungsweise gleiche Partialdrücke aufweisen, werden die freien Weglängen der einzelnen Komponenten im Gasgemisch  $\Lambda_H = 0,12$  m,  $\Lambda_{H+} = 4,94$  m und  $\Lambda_{e-} = 6,98$  m. Demnach werden ausgerechnet die rekombinationsfähigen Teilchen als erste an der Grenzschichtbildung nicht mehr teilnehmen und ihre hohen latenten Energien völlig an die Feuerraumwände abgeben.

Die bisherige Betrachtung galt für reine Raumraketen. Bei Raketen, die für den Verkehr innerhalb der Erdatmosphäre vorgesehen sind, ist der Ofendruck nach unten zu noch früher, nämlich bereits zu einigen Atmosphären begrenzt, da der Düsenmündungsdruck nicht wesentlich unter den Ruhedruck des Umgebungsgases sinken kann, und damit das Druckgefälle zwischen den kleinen Ofendrucken und dem Düsenmündungsdruck bald zu klein wird, um die gewünschten hohen Ausströmgeschwindigkeiten zu ermöglichen.

Wenn somit gezeigt wurde, daß für die in Raketen beherrschbaren Energiekonzentrationen eine obere Grenze besteht, so muß hinzugefügt werden, daß die Lage dieser Grenze, die sich grob abschätzen läßt, wahrscheinlich höher ist als die bei chemischen Verbrennungsprozessen in der Größenordnung von  $10^{+4}$  kcal/kg erzielbaren Werte und niedriger als die um mehrere Potenzen größeren Beträge, die bei Kernreaktionen frei werden. Um den Bereich zwischen den Energiekonzentrationen der klassischen Verbrennungsракeten mit mäßigen Auspuffgeschwindigkeiten und denen der noch nicht beherrschbaren eigentlichen Atomraketen nutzbar zu machen, beabsichtigt man bekanntlich bei den sogenannten thermischen Atomraketen, im Raketenofen dem Energieträger (d. h. den Teilchen mit sehr hoher Energie bei vernachlässigbar kleiner Masse  $m$ ) einen Massenträger (d. h. Teilchen mit großer Gesamtmasse  $M$  bei vernachlässigbarem kleinem Energiegehalt) hinzuzufügen, um so die gewünschte, noch eben beherrschbare Ofenthalpie  $H_0 = Hm/(m + M)$  zu erhalten. Diesen Massenträger nennen wir Arbeitsgas.

Da die stofflichen Eigenschaften eines solchen Arbeitsgases wie Molekulargewicht, Dissoziierbarkeit, Ionisierbarkeit, spezifische Wärmen, Strahlungsfähigkeit usw., in ziemlich verwickelter Weise mit den Zustandsgrößen des Druckes und der Temperatur bei vorgegebener Aufheizung zusammenwirken, lohnt es sich, für bestimmte in Frage kommende Stoffe an Hand genügend ausgedehnter Zustandsdiagramme die Bedingungen für möglichst hohe Auspuffgeschwindigkeiten zu untersuchen.

Die folgenden Überlegungen erstrecken sich also nicht auf die Art der Energie liefernden Kernreaktionen, noch auf den Mechanismus, der die Kernenergie auf das Arbeitgas überträgt. Diesbezüglich wird lediglich vorausgesetzt, daß das Arbeitgas aus einem an verschwindend kleine Masse gebundenen Energievorrat gleichmäßig und beliebig hoch aufgeheizt werden kann.

Gegenstand der Untersuchung ist vielmehr das thermodynamische Verhalten bestimmter Arbeitsgase unter der einschränkenden Voraussetzung, daß sich das Feuergas im Raketenofen bei einheitlicher Temperatur  $T_0$  jederzeit und an jeder Stelle im völligen Energiegleichgewicht befindet und sich seine Entspannung verlustfrei bei konstanter Entropie, d. h. verzögerungsfreier Zustandsanpassung aller Freiheitsgrade einschließlich der chemischen Zusammensetzung, vollziehe. Die Untersuchung der

tatsächlich möglichen Abweichungen von dieser Voraussetzung und des Einflusses einer ungleichmäßigen Aufheizung des Arbeitsgases, bzw. einer nichthomogenen Temperaturverteilung in der Heiz-

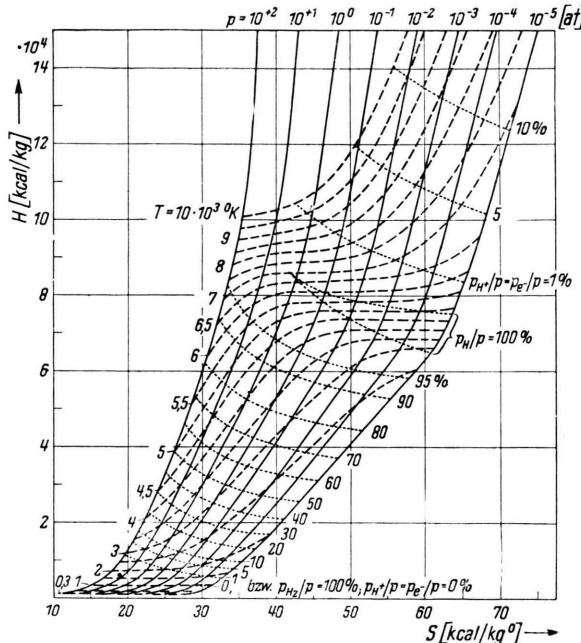


Abb. 1. Wasserstoff.  $H$  Enthalpie,  $S$  Entropie,  $T$  Feuer-gastemperatur; Prozentzahlen geben Gemischzusam-mensetzung an.

kammer, sei einer späteren Arbeit vorbehalten. Als stoffliches Beispiel wird zunächst gewöhnlicher Wasserstoff vorgenommen, der unter den für thermische Atomraketen in Aussicht genommenen Arbeitsgasen als Favorit gilt<sup>4,5</sup>.

Abb. 1 zeigt das Enthalpie-Entropie-Diagramm des Wasserstoffs im Druckbereich zwischen  $10^{-5}$  und  $10^{+2}$  at Gesamtdruck und im Temperaturbereich von Null bis etwa  $10000\text{K}$ . Eingetragen sind Isobaren, Isothermen und Linien konstanter Gemischzusammensetzung gemäß den Gleichungen

$$\begin{aligned} \left(\frac{p_H}{p}\right)^4 - 2 \frac{K_{p_H}}{p} \left(\frac{p_H}{p}\right)^3 + \frac{K_{p_H}}{p} \left(\frac{K_{p_H}}{p} - 2\right) \left(\frac{p_H}{p}\right)^2 \\ - 2 \left(\frac{K_{p_H}}{p}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{K_{p_H+}}{p}\right) \frac{p_H}{p} + \left(\frac{K_{p_H}}{p}\right)^2 = 0 \end{aligned}$$

und  $\frac{p_{H+}}{p} = \sqrt{\frac{p_H}{p} \cdot \frac{K_{p_H}}{p}}$ ,

worin  $p$  den Gesamtdruck,  $p_H$  bzw.  $p_{H+}$  die Partialdrücke von H bzw.  $H^+$  und  $K_{p_H}$  bzw.  $K_{p_H+}$  die Gleichgewichtskonstanten für den Dissoziations- ( $H_2 \rightarrow 2H$ ) bzw. für den Ionisationsvorgang ( $H \rightarrow H^+ + e^-$ ) darstellen.

Man sieht, daß sich die Temperurbereiche dissoziierender und ionisierender Zustände mit wachsendem Druck immer mehr einander nähern, bis sie schließlich oberhalb von 1 at ineinander übergehen.

Die grundlegenden Berechnungen zu diesem Diagramm wurden gemäß den Gleichungen

$$S_{(p,T)} = \frac{p_H \left[ S_0^H + \int_0^T C_p^H \frac{dT}{T} - A R \ln \frac{p_H}{p} \right] + p_{H_2} \left[ S_0^{H_2} + \int_0^T C_p^{H_2} \frac{dT}{T} - A R \ln \frac{p_{H_2}}{p} \right]}{\left( p - \frac{1}{2} p_H - \frac{3}{2} p_{H+} \right) M_{H_2}}$$

$$+ \frac{p_{H+} \left[ S_0^{H+} + \int_0^T C_p^{H+} \frac{dT}{T} - A R \ln \frac{p_{H+}}{p} \right] + p_{e^-} \left[ S_0^{e^-} + \int_0^T C_p^{e^-} \frac{dT}{T} - A R \ln \frac{p_{e^-}}{p} \right] - p A R \ln p}{\left( p - \frac{1}{2} p_H - \frac{3}{2} p_{H+} \right) M_{H_2}}$$

und

$$H_{(p,T)} = \frac{p_H \left[ H_0^H + \int_0^T C_p^H dT \right] + p_{H_2} \left[ H_0^{H_2} + \int_0^T C_p^{H_2} dT \right] + p_{H+} \left[ H_0^{H+} + \int_0^T C_p^{H+} dT \right]}{\left( p - \frac{1}{2} p_H - \frac{3}{2} p_{H+} \right) M_{H_2}}$$

$$+ \frac{p_{e^-} \left[ H_0^{e^-} + \int_0^T C_p^{e^-} dT \right] + \frac{1}{2} (p_H + p_{H+}) Q_0 \text{Dis} + p_{H+} Q_0 \text{Ion}}{\left( p - \frac{1}{2} p_H - \frac{3}{2} p_{H+} \right) M_{H_2}}$$

<sup>4</sup> I. Bredt, Z. Naturforschg. **6a**, 103 [1951].

<sup>5</sup> L. R. Shepherd u. A. V. Cleaver, J. Brit. Interpl. Soc. **7**, 185, 234 [1948]; **8**, 23, 54 [1949].

für ideale Gase, d. h. ohne van der Waals'sche Korrekturen, durchgeführt. Es wurden die Partialdrücke der Wasserstoffatome  $p_H$ , der Atomionen  $p_{H^+}$ , der abgespalteten Elektronen  $p_{e^-}$  und der neutralen Wasserstoffmoleküle  $p_{H_2}$  berücksichtigt; die Partialdrücke  $p_{H^+}$  ionisierter Moleküle erwiesen sich unter Gleichgewichtsbedingungen als vernachlässigbar klein, da die Dissoziation bereits vor dem Eintreten spürbarer Ionisationen praktisch beendet ist. Die Ionisation wurde in der bei geringen Plasma-Feldstärken zulässigen Weise berechnet, indem die spezifischen Wärmen für Ionen und Elektronen ebenso wie die für einatomige, nichtionisierte Gase abgeleitet wurden, und das Massenwirkungsgesetz in seiner für Dissoziationen idealer Gase gültigen Form, also ohne Einführung von Aktivitäten an Stelle von Konzentrationen, angewendet wird. Tatsächlich beträgt der in Abb. 1 erscheinende höchste Partialdruck des ionisierten Wasserstoffs etwas über 10%. Bei der Berechnung der Planckschen Zustandssumme  $Z$  und der aus ihr abgeleiteten Größen, wie spezifische Molarwärmen  $C_p$ , Gleichgewichtskonstanten  $K_p$ , Enthalpien  $H$  und Entropien  $S$ , wurden Translations-, Rotations- und Schwingungsfreiheitsgrade (einschließlich des Einflusses von Anharmonizität und Streckungseffekt auf die Schwingungsenergie des  $H_2$ -Moleküls) berücksichtigt<sup>6</sup>; ebenso die Anteile der Dissoziations- und Ionisationsenergien,  $Q_{0\text{Dis}}$  und  $Q_{0\text{Ion}}$ <sup>7</sup>. Der Anteil der Elektronenanregungsenergie an der Zustandssumme erwies sich — bei einem Mindestwert der zugehörigen charakteristischen Temperaturen von etwa 118 000°K — als vernachlässigbar gering\*.

Unter Annahme isentropischer Entspannung lassen sich bekanntlich aus dem Enthalpie-Entropie-Diagramm die erreichbaren Mündungsgeschwindigkeiten der Strömung in einer Düse für beliebige Entspannungsverhältnisse  $p_0/p_m$  zwischen Ofen- und Düsenmündungsdruck, sowie für alle Ausgangswerte von Ofendruck und -enthalpie, die in Abb. 1 enthalten sind, ableiten. Da die Ausström-

geschwindigkeit  $v_m$  der in der Raketengrundgleichung unmittelbar vorkommenden wirksamen Auspuffgeschwindigkeit<sup>11</sup>  $c$  bis auf ein additives, überwiegend konstruktiv bedingtes Glied gleich ist, kann sie bei thermodynamischen Betrachtungen als Maßstab für erreichbare Flugleistung gelten.

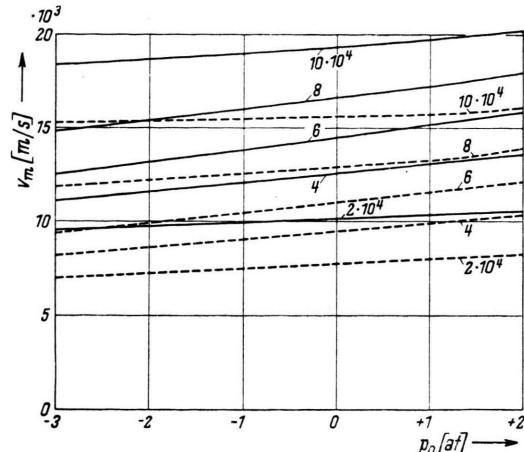


Abb. 2. Wasserstoff.  $v_m$  Ausströmgeschwindigkeit,  $p_0$  Heizkammerdruck in dekadischen Logarithmen.  
—  $p_0/p_m = 100$  bei verschiedenen  $H_0$  [kcal/kg];  
- - -  $p_0/p_m = 10$  bei verschiedenen  $H_0$  [kcal/kg];  
 $H_0$  Aufheizungsenthalpie,  $p_0/p_m$  Entspannungsverhältnis.

Abb. 2 zeigt Ausströmgeschwindigkeiten in Abhängigkeit vom Heizkammerdruck für konstant gehaltene Aufheizungsenthalpien. Das ist die Darstellungsweise, wie sie für Raketen, die ihre Energie aus chemischen Verbrennungsprozessen mit stoffgebundenem, zustandsunabhängigem Heizwert beziehen, bisher üblich und berechtigt war. — Die Auftragung erfolgte ferner für konstant gehaltene Entspannungsverhältnisse, d. h. für Raketen mit näherungsweise geometrisch ähnlicher Entspannungsdüse. Man sieht vergleichsweise die Kurvenscharen für die beiden Entspannungsverhältnisse  $p_0/p_m = 100$  und 10. Jede Schar weist die Isenthalpen für die geradzahligen Zehntausender zwischen  $10^4$  und  $10^5$  kcal/kg auf.

Die Abbildung lehrt, daß bei Konstanz der zuführbaren Aufheizungsenthalpie für geometrisch ähnliche Raketen in allen Fällen die erreichbaren

<sup>6</sup> C. O. Davis u. H. L. Johnston, J. Amer. chem. Soc. **56**, 1045 [1934].

<sup>7</sup> E. Justi, Spez. Wärme, Enthalpie, Entropie und Dissoziation technischer Gase. Verlag Springer, Berlin 1938.

\* Die Zahlenwerte für die verschiedenen physiko-chemischen Konstanten, wie charakteristische Temperaturen  $\theta$ , statistische Gewichte  $g$ , Reaktionswärmen  $Q_0$  usw. wurden dabei der neueren Literatur entnommen<sup>8,9,10</sup>.

<sup>8</sup> O. Lutz, Ingenieur-Arch. **16**, 377 [1948].

<sup>9</sup> Tables of the Selected Values of Chemical Thermodynamic Properties, Nat. Bur. of Standards, Washington 1947.

<sup>10</sup> D. W. Wagman, J. E. Kilpatrick, W. J. Taylor, K. S. Pitzer u. F. D. Rossini, Heats, free energies and equilibrium constants of some reactions involving  $O_2$ ,  $H_2$ ,  $H_2O$ , C, CO,  $CO_2$ , and  $CH_4$ . NBS/RP 1634, Februar 1945.

<sup>11</sup> E. Sänger, Neuere Ergebnisse der Raketenflugtechnik. Z. Flug., Sonderheft 1, Wien 1934.

Ausströmgeschwindigkeiten mit dem Ofendruck äußerst schwach ansteigen. Dies erklärt sich dadurch, daß beim höchsten Heizkammerdruck der höchste Prozentsatz der konstanten Aufheizenthalpie von vornherein in Form rein thermischer Energie vorliegt, und somit bei konstantem Entspannungsverhältnis den höchsten Umsatz in kinetische Energie oder — mathematisch gesprochen — die höchsten quasi  $\alpha$ -Werte für die Entspannung gewährleistet. Von dem Augenblick an, wo die Gesamtenthalpie eines Stoffgemisches nicht mehr durch seinen Gemischheizwert nach oben begrenzt ist, sondern man jeden beliebigen Stoff auf jede beliebige Enthalpie im Ofen aufheizen kann, wird man den Isenthalpen einen Parameter vorziehen, der die neue, nunmehr verbindliche, technische obere Grenze der verwendbaren Heizkammerenthalpien kennzeichnet, nämlich die Wärmeübergänge an die Feuergaswände, bzw. eine Funktion der Zustandsgrößen des Gases, die dem Wärmeübergang eindeutig zugeordnet ist. Von den beiden Komponenten des Wärmeübergangs, der Strahlungs- und der Konvektionswärme, wird je nach Umständen (Temperatur, Druck, Strahlungseigenschaften des Arbeitsgases) die eine oder die andere überwiegen. Da beide Transportformen völlig verschiedenen Gesetzmäßigkeiten unterliegen, wird man beide Möglichkeiten des Wärmeübergangs getrennt behandeln.

Wo die Strahlung die Größe des Wärmeübergangs bestimmt, wird eine Potenz der Temperatur (für kontinuierliche Gleichgewichtsstrahlung die vierte!) — unter Voraussetzung unendlich großer optischer Dicke der Gasschicht — in erster Näherung die Höhe des Wärmeübergangs hinreichend gut bestimmen. Für nicht quantitative Optimalbetrachtungen an ein und demselben Arbeitsgas genügt auch einfach die Temperatur selbst als Parameter. — Streng genommen gilt die Abhängigkeit der Gasstrahlung von  $T^n$  allerdings nur für Strahlung, bei der Anzahl und Breite der emittierten Linien sich im Vergleichsbereich von Druck und Temperatur nicht ändern. Dies trifft nicht zu bei einem *reagierenden* Gas, dessen verschiedene Komponenten ihre eigenen verschiedenen Spektren haben. Dies gilt aber auch nicht bei einheitlichen Gasen in den Druck- und Temperaturbereichen, in denen Linienverbreiterung durch Stoßdämpfung, durch thermisch bewirkten Dopplereffekt oder durch atomare elektromagnetische Felder zu erwarten ist. Im übrigen muß die Strahlung besonders da örtlich stark sein, wo Grenzkontinua auftreten, d. h. in Gebieten, wo der Gra-

dient der Dissoziation oder der Ionisation sein Maximum hat, z. B. bei  $p_H/p \approx 0,73$ , bzw. bei  $p_{H^+}/p \approx 0,37$ . Dieser Anstieg muß genau wie der der wahren spezifischen Wärmenden bei geringen Drucken relativ am stärksten spürbar sein.

Zum Zweck einer ersten allgemeinen Übersicht hat man sich hier indessen zunächst mit der einfachsten Näherung begnügt.

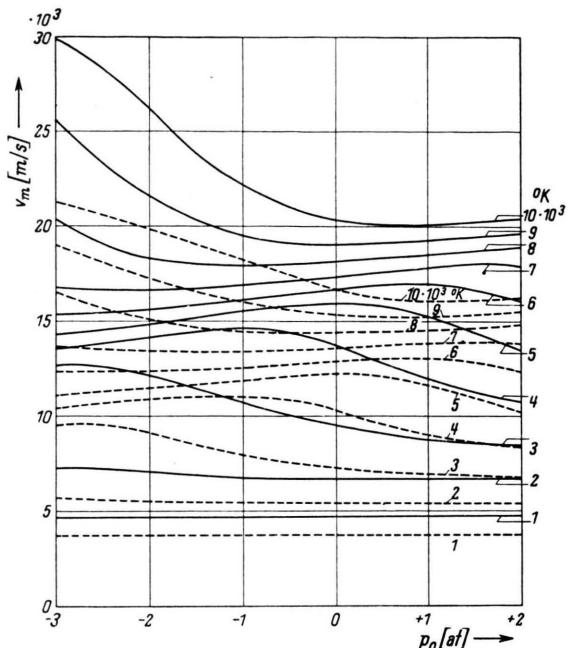


Abb. 3. Wasserstoff. —  $p_0/p_m = 100$ , ---  $p_0/p_m = 10^4$  bei verschiedenen Heizkammertemperaturen  $T_0$  [ $^{\circ}$ K].

So entstand Abb. 3, die — über den gleichen Koordinaten und für die gleichen Entspannungsverhältnisse wie Abb. 2 — Linien gleicher Heizkammertemperatur für ganze Tausender zwischen  $T_0 = 10^3$  und  $10^4$   $^{\circ}$ K zeigt. Zunächst fällt hier auf, daß die Ausströmgeschwindigkeiten bei bestimmten Ofendrucken ausgeprägte örtliche Maximalwerte aufweisen für alle Isothermen oberhalb eines gewissen Mindestbetrages, bei dem noch keine druckabhängigen Energieumwandlungen stattgefunden haben und die erzielbaren Ausströmgeschwindigkeiten daher druckunabhängig sind. Diese Maxima werden wegen des Potenzgesetzes der Strahlung bei gleicher Lage über  $p_0$  in Wirklichkeit noch ausgeprägter sein. Ihre Lage über  $p_0$  ist ferner nicht merkbar vom Entspannungsverhältnis, sondern nur von der Höhe der Feuergastemperatur, d. h. den Zustandsbedingungen in der Heizkammer abhängig. Ein vergleichender Blick in das Zustandsdiagramm auf Abb. 1 ergibt bezüglich der Lage der Geschwindigkeitsmaxima in Abhängigkeit von Ofendruck und -temperatur, daß ein erster örtlicher Maximalwert dem Knie der Isotherme bei etwa 98-proz. Dissoziation entspricht, ein zweiter, der im betrachteten Zustands-

bereich nur andeutungsweise noch erkennbar ist, dem entsprechenden Knie bei fast vollendetem Ionisation. Dementsprechend wandern die Geschwindigkeitsmaxima mit steigenden Feuergastemperaturen bei gleichzeitiger Abflachung zu immer höheren Ofendrucken. Erst oberhalb von  $8000^{\circ}\text{K}$  wäre das durch Dissoziation bedingte Maximum zu etwa  $p_0 = 100$  at hinaufgewandert. Bei dieser Ofentemperatur überwiegen jedoch unterhalb von  $p_0 = 10^{-2}$  at bereits die Absolutwerte der Ausläufer des zweiten, durch Ionisation bedingten Maximums. Raketen mit Ofendrücken über 100 at scheinen also in dieser Hinsicht technisch un interessant. Die Lage der maximalen Ausströmgeschwindigkeiten im Koordinatensystem der Ofenzustandsgrößen läßt sich physikalisch so deuten, daß bei fast abgeschlossenem Umwandlungsprozeß die auf Temperatur bezogene Aufheizungsenthalpie, d. h. die mittlere spezifische Wärme des Feuergases, am höchsten ist und gleichzeitig schon bei kleinster Druckabsenkung abbaufähig, also in kinetische Energie umsetzbar.

Soviel über die Optimalbedingungen bei Raketen mit überwiegender Strahlungswärme. — Da man als Arbeitsmedien weitgehend diatherme Gase bevorzugen wird, die nur in extrem hohen Druck- und Temperaturbereichen zu strahlen beginnen, wird die Untersuchung der Verhältnisse bei überwiegend konvektivem Wärmeübergang ausschlaggebender sein.

In dem für die Raketentechnik unfruchtbaren Bereich der *gaskinetischen* Feuergasströmung, d. h. bei — im Vergleich zu den Behälterabmessungen — sehr großen molekularen freien Weglängen, ist wegen

$$Q = (\gamma \bar{w}/4) [Aw_x^2/2 g + (C_p - A R/2) T/M]$$

( $\gamma$  = spezifisches Gewicht des Gases;  $\bar{w}$  = mittlere Molekulargeschwindigkeit des Gases, s. <sup>2, 12, 13, 14, 15, 16</sup>)

für wandparallele Strömung mit sehr kleiner Geschwindigkeit  $w_x$  der sekundliche Energietransport  $Q$  an die Einheitsfläche der Feuergaswand, in Abhängigkeit von Druck, Enthalpie, Molekulargewicht und Temperatur im Feuergas:

$$Q = \text{const} \cdot pH (M/T)^{1/2}.$$

Bei vergleichsweise vernachlässigbarer Wandtemperatur wird diese Energie völlig von der Wand aufgenommen werden.

Streng genommen ist die Frage, ob bei einer Wandberührung jedesmal die Gesamtenthalpie an

die Wand abgegeben wird, im gaskinetischen Bereich noch umstritten. Zunächst ist zu beachten, daß zwar jedes ankommende Teilchen seine gesamte Translationsenergie der Wand sicherlich mitteilt, daß jedoch bei der integralen Betrachtung eines hinreichend ausgedehnten Gasraumes  $4/3$  der Translationsenergie des Gases der Wandflächeneinheit sekundlich zugeführt werden, weil bei der Translation als einzigm Freiheitsgrad die Höhe der zugeführten Energie mit der sekundlichen Stoßzahl gekoppelt ist, d. h. die schnellen Teilchen mit den hohen Translationsenergien häufiger auftreffen, als ihrer Verteilung im Raum entspricht. Der Mehrbetrag von  $RT/2$  stellt zufällig gerade die Hälfte der in der Enthalpie enthaltenen Verdrängungsarbeit dar, so daß bei uneingeschränkter Übertragung der inneren Energien an die Wand der sekundliche Wärmeübergang ( $H - ART/2$ ) verhältnig würde. Wahrscheinlich aber genügt die Aufenthaltsdauer in der Wand nicht immer zur völligen Dämpfung der Schwingungsenergie. Rekombinationen der dissozierten Teilchen werden ebenso infolge fehlender Rekombinationspartner selten sein; solche der Ionen sind hingegen mit Wandelektronen möglich. Alle nicht an die Wand abgegebenen inneren Energien werden jedoch von den die Heizkammer verlassenden Teilchen infolge fehlender Zusammenstöße auch kaum in kinetische Energie der Strömung im Verlauf der Düse umgesetzt werden können, so daß man den Gesamt vorgang formal mit einer Quasienthalpie wird rechnen dürfen, die kleinster ist als die wirkliche Enthalpie.

Im *thermodynamischen* Strömungsbereich bei mäßig großen mittleren freien Weglängen erhält man mit Hilfe der Nusseltschen Zahl für turbulent längs angeströmte Platten<sup>17</sup>

$$\text{Nu} = 0,075 (\text{Pe})^{0.75} = 0,075 (w_x l c_p \gamma / \lambda)^{0.75}$$

bei wiederum vernachlässigbarer Wandtemperatur zunächst:

$$\begin{aligned} Q &= 0,075 (w_x \gamma / c_p)^{0.75} (\lambda / l)^{0.25} T \\ &= 0,075 (w_x \gamma H)^{0.75} (\lambda T / l)^{0.25} \end{aligned}$$

[kcal/m<sup>2</sup>s] für den Wärmeübergang aus einem homogenen Feuergas an die Ofenwandung. Hierin bedeutet  $w_x$  wieder die Strömungsgeschwindigkeit und

<sup>12</sup> R. W. Fowler, Statistical Mechanics. 2. Edition, Cambridge University Press, Cambridge 1936.

<sup>13</sup> E. Sänger, Gaskinetik sehr großer Fluggeschwindigkeiten. Deutsche Luftfahrtforschung F.B. 972, Berlin 1938.

<sup>14</sup> E. Sänger, Schweiz. Arch. angew. Wiss. Techn. 1950, 43.

<sup>15</sup> H. S. Tsien, J. Aeronaut. Soc. 13, 653 [1946].

<sup>16</sup> H. S. Tsien, J. Aeronaut. Soc. 15, 537 [1948].

<sup>17</sup> E. Schmidt, Technische Thermodynamik. Verlag Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1950.

die Ofenlänge. Wenn man in diese Beziehung für die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  mit zweckentsprechend noch genügend genauer Näherung gemäß der Chapman-Enskogschen Theorie für starre Kugelmodelle<sup>18,19</sup> den Ausdruck

$$\lambda = (1,522 c_{v\text{trans}} + c_v) \eta \\ = (1,522 c_{v\text{trans}} + c_v) \frac{0,499}{2\sqrt{\pi}} (m/\varrho) \sqrt{kT/m}$$

[kcal/m<sup>0</sup>s] einsetzt, worin  $\eta$  die Zähigkeit,  $k$  die Boltzmann-Konstante,  $c_v$  die spezifische Wärme bei konstantem Volumen pro Masseneinheit,  $c_{v\text{trans}}$  deren Translationsanteil und  $m/\varrho$  die auf den gaskinetischen Wirkungsquerschnitt bezogene Molekülmasse  $m$  bedeuten, so ergibt sich daraus:

$$Q = z \left[ \frac{w_x \bar{w} \gamma H}{l^{1/3} (m/\varrho)^{-1/3}} \right]^{3/4}.$$

Dieser Ausdruck ist abgesehen von der dimensionslosen Größe

$$z = 0,075 \left[ \frac{0,499 \pi (1,522 c_{v\text{trans}} + c_v) m}{32 \sqrt{2} k} \right]^{1/4}$$

und den Versuchskonstanten  $w_x$  und  $l$  nur noch einer Potenz des Produktes aus spezifischem Gasgewicht  $\gamma$ , Gasenthalpie  $H$ , mittlerer Molekulargeschwindigkeit  $\bar{w}$  und der dritten Wurzel aus der spezifischen Molekülmasse  $m/\varrho$  proportional. Man kann also — ähnlich wie bei gaskinetischen Strömungsverhältnissen — wieder schreiben:

$$Q = \text{const} \cdot [p H (M/T)^{1/2} (m/\varrho)^{1/3}]^{3/4},$$

wobei die Konstante hier ihrem Wesen nach verschieden von der bei gaskinetischem Wärmeübergang ist, nämlich

$$\text{const} = 0,0324 \frac{1,522 C_{v\text{trans}} + C_v}{R} \cdot \frac{w_x^3}{l}^{1/4}.$$

Sieht man von der spezifischen Molekülmasse  $m/\varrho$  ab, die zahlenmäßig nicht sehr genau erfaßbar ist, in verhältnismäßig niedriger Potenz auftritt und deren Vernachlässigung bewirkt, daß die berechneten Konvektionsprodukte z. B. für sehr leichte Gase und für Ionen mit sehr großem Wirkungsquerschnitt vergleichsweise etwas zu hoch werden, so bleibt im gaskinetischen und im gasdynamischen Strömungsbereich eine Abhängigkeit des konvektiven Wärmeübergangs vom gleichen Zustandsgrößenprodukt,  $pH\sqrt{M/T}$  oder — anschaulicher —  $\gamma H\bar{w}$  übrig. Man kann den konvektiven Wärmeübergang also allgemein ansehen als eine Funktion

des Produktes aus der molekularen Enthalpie  $\gamma H/N$  der Gasteilchen, ihrer Zahl  $N$  pro Volumeinheit und ihrer mittleren Geschwindigkeit  $\bar{w}$ , wobei die beiden letzten Faktoren die Häufigkeit kennzeichnen, mit der die Energie der einzelnen Teilchen sekundlich der Flächeneinheit der Wand zugeführt wird. Die Funktion selbst ändert ihren Charakter je nach Art des Strömungsbereiches. Für Vergleichszwecke hinsichtlich des Einflusses der Zustandsgrößen  $p$ ,  $T$  und  $M$  innerhalb desselben Strömungsbereiches genügt es also, an Stelle des konvektiven Wärmeübergangs selbst (analog zur Einführung von  $T$  an Stelle des Strahlungs-Wärmeübergangs) den Parameter  $\gamma H\bar{w}$  zu betrachten, der kurz Konvektionsprodukt genannt werden soll. Für zusammengesetzte Gase gilt  $\gamma H\bar{w} = \sum_i (\gamma_i H_i \bar{w}_i)$ , die Summierung des Produktes über die Partialwerte.

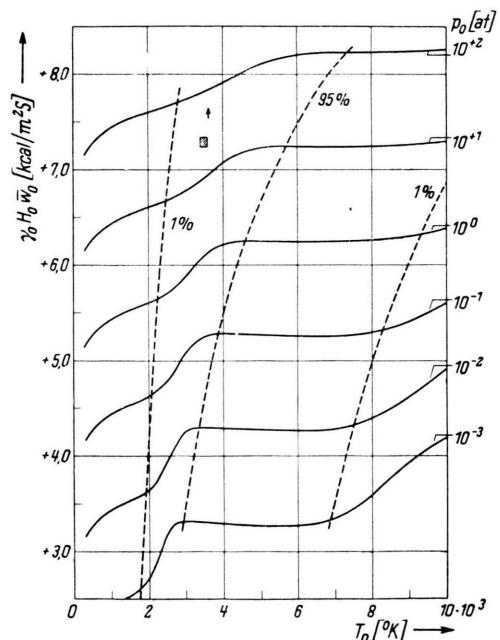


Abb. 4. Wasserstoff.  $\gamma_0 H_0 \bar{w}_0$  Konvektionsprodukt in dekadischen Logarithmen. Die %-Zahlen an den gestrichelten Kurven geben links und in der Mitte den Dissoziierungsgrad, rechts den Ionisationsgrad an. Konvektionsprodukt für Gasöl-Sauerstoff-Rakete bei  $p_0 = 100$  at s. Pfeilspitze,  $p_0 = 50$  at s. schraffiertes Rechteck.

Dieses Konvektionsprodukt ist in Abb. 4 zahlenmäßig für Wasserstoff in Abhängigkeit von Druck und Temperatur dargestellt. Man sieht an jeder dieser Kurven für konstant gehaltenen Feuergasdruck, daß der

<sup>18</sup> S. Chapman u. T. G. Cowling, Mathematical Theory of Non Uniform Gases, Cambridge University Press, Cambridge 1939.

<sup>19</sup> A. Eucken u. K. Schaefer, Lehrbuch der chem. Physik II, 1, Makrozustände der Materie, Akad. Verlagsges., Leipzig 1943.

konvektive Wärmeübergang im Bereich der angeregten Molekülschwingungen und der Dissoziation um ein Vielfaches zunimmt. Das Konvektionsprodukt steigt in diesen Bereichen insgesamt auf etwa das Zehnfache seines Wertes bei Normaltemperatur, um danach bis zum Beginn von Ionisation näherungsweise konstant zu bleiben. Bei konstanten mittleren Molekulargewichten und spezifischen Wärmeln steigt das Konvektionsprodukt längs einer Isobaren nur noch mit der Wurzel der Temperatur an. In Zustandsbereichen, in denen eine Temperatursteigerung nicht mit einer Änderung von Molgewicht und spezifischer Wärme gekoppelt ist — wie z. B. bei nicht reagierenden, einatomigen Gasen —, kann man also bei konstant gehaltenen Drucken die Heizkammertemperatur und damit die Ausströmgeschwindigkeit erhöhen, ohne daß sich der konvektive Wärmeübergang an die Ofenwände wesentlich ändert. Erst die einsetzende Ionisation vermehrt das Konvektionsprodukt sehr stark infolge des hohen Beitrages der freien Elektronen zum Wärmeübergang.

Das kleine schraffierte Viereck in Abb. 4 deutet den ungefähren Wert des Konvektionsproduktes für eine Gasöl-Sauerstoff-Rakete bei 50 at Brennkammerdruck und stöchiometrischer Verbrennung an. Die diesem Betriebszustand entsprechenden Wärmeübergänge wurden bereits zu Beginn des Krieges auf dem Raketenprüfstand Trauen sicher beherrscht (l. c.<sup>2</sup>, S. 34). Dort wurden auch die damaligen Spitzenvale für Wärmeübergänge bei 100 at mit den gleichen Raketen kurzfristig erreicht. Das entsprechende Konvektionsprodukt ist in Abb. 4 durch eine Pfeilspitze gekennzeichnet. Wenn man bedenkt, daß von den experimentell aufgetretenen Wärmeübergängen bei Kohlenwasserstoffverbrennung ein guter Teil der Strahlung zugeschrieben werden muß, so können die in Abb. 4 gekennzeichneten Konvektionsanteile als sicher beherrschbar gelten. Sie würden in den strahlungsarmen Wasserstoffraketen z. B. bei 10 000°K und etwa 10 at im Ofen auftreten und wahrscheinlich bereits den überwiegenden Teil des Gesamtwärmeübergangs darstellen.

In den Abb. 5 und 6, die mit den gestrichelten Isothermen die Ergebnisse der Abb. 3 noch einmal getrennt für die Entspannungsverhältnisse  $p_0/p_m = 10$  und 100 wiedergeben, stellen die ausgezogenen Kurvenscharen Linien gleichen Konvektionsproduktes  $\gamma H\bar{w}$  in Abhängigkeit von Kesseldruck und Ausströmgeschwindigkeit der Rakete dar. Es sind für  $\gamma H\bar{w}$  Werte zwischen  $10^{+3}$  und  $10^{+8}$  kcal/m<sup>2</sup>s eingetragen worden, wobei der obere Wert gleichzeitig auch ungefähr der oberen Grenze des zur Zeit beherrschbaren Wärmeübergangs entsprechen dürfte. Beide Bilder bestätigen, daß bei konstant gehaltenem Konvektionsprodukt, also konstantem konvektiven Wärmeübergang, die Ausströmgeschwindigkeit mit sinkendem Kesseldruck sehr rasch zunimmt. Bei einem Konvektionsprodukt von  $2 \cdot 10^7$  kcal/m<sup>2</sup>s, — entsprechend etwa dem technisch bereits beherrschten Wärmeübergang der 50 at-Gasöl-Sauerstoffrakete, — betrüge die Ausströmgeschwindigkeit einer thermischen Atomrakete mit Wasserstoff als Arbeitsgas und dem Entspan-

nungsverhältnis 10 unter Gleichgewichtsvoraussetzungen nur 5500 m/s bei 50 at Ofendruck und 2000°K. Bei gleichen Konvektions- und Entspannungsverhältnissen würde jedoch die Ausströmgeschwindigkeit auf 16 100 m/s ansteigen, wenn man den Druck in der Heizkammer auf 10 at absenkte bei gleichzeitiger Tempe-

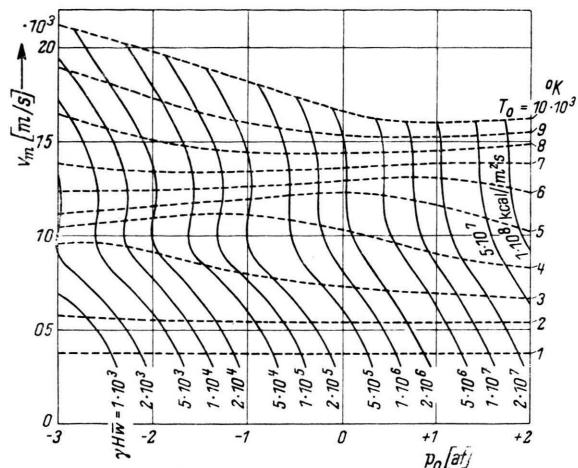


Abb. 5. Wasserstoff bei  $p_0/p_m = 10$ .

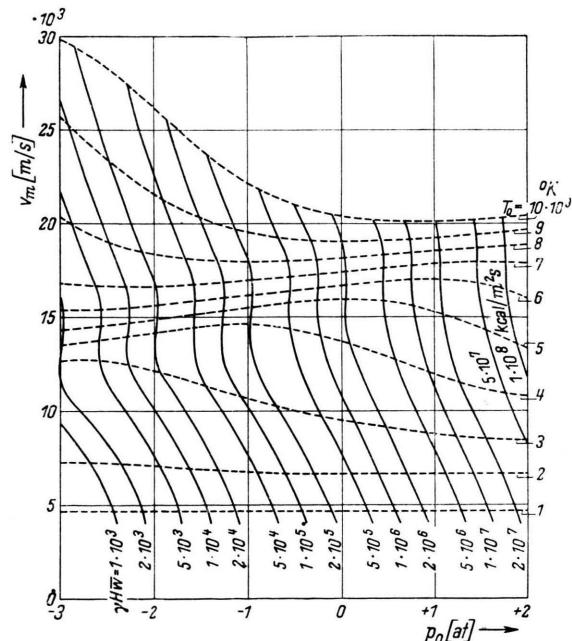


Abb. 6. Wasserstoff bei  $p_0/p_m = 100$ .

ratursteigerung auf 10 000°K. Die entsprechenden Vergleichsziffern lauten bei gleich großem konvektiven Wärmeübergang, aber für ein Entspannungsverhältnis in der Düse von 100:

$$p_0 = 50 \text{ at}; T_0 = 2000 \text{ }^\circ\text{K}; w_m = 6700 \text{ m/s};$$

$$p_0 = 10 \text{ at}; T_0 = 10 000 \text{ }^\circ\text{K}; w_m = 20 100 \text{ m/s}.$$

Eine Drucksenkung auf den fünften Teil des Ausgangswertes ergibt also bei gleichem konvektiven Wärmeübergang in beiden Fällen eine Geschwindigkeitssteigerung der Strömung in der Düsenmündung auf etwa das Dreifache ihres Ausgangswertes. Es lassen sich mit noch niedrigeren Wärmeübergängen und entsprechend geringeren Kesseldrucken Ausströmgeschwindigkeiten bis zu 30000 m/s mit Wasserstoff erzielen, wobei die freien Weglängen des Gases im Ofen immer noch in der Größenordnung von 1 mm für die Wasserstoffatome und von 5 cm für Protonen und Elektronen bleiben.

Will man die bei der Betrachtung des Wasserstoffs als Arbeitsgas gewonnenen Erkenntnisse auf andere Stoffe anwenden, um ihr Verhalten als Arbeitsgas zu werten, so sind die folgenden Ausführungen richtungsweisend. Die Veränderlichkeit der Ausströmgeschwindigkeiten mit dem absoluten Ofendruck bei gleichen Druckgefällen und gleichen Ofen-Temperaturen ist nur bei solchen Arbeitsgasen vorhanden, deren Zusammensetzung druckabhängig variabel ist, d. h. die unter Änderung der Molzahl dissoziieren oder ionisieren. Geht der Vergleich von Isenthalpen im Ofen statt von Isothermen aus, so werden die Ausströmgeschwindigkeiten auch bei reiner Temperatur-Abhängigkeit der spezifischen Gemischwärmern bereits druckabhängig, z. B. im Bereich veränderlicher Schwingungswärmen. Völlig unabhängig von der Höhe des Ofendrucks sind dagegen bei konstanten Druckgefällen die Ausströmgeschwindigkeiten von Arbeitsgasen mit konstanten mittleren Molekulargewichten und konstanten spezifischen Gemischwärmern im betrachteten Zustandsraum, — insbesondere also von streng einatomigen, nicht strahlenden Gasen. Die Höhe der erreichbaren Ausströmgeschwindigkeiten ist hier für alle Ofendrucke konstant und für verschiedene Arbeitsgase bei einer bestimmten Ofentemperatur bekanntlich durch das Molekulargewicht sowie die spezifische Wärme bestimmt:

$$\begin{aligned} w_m^2 &= 2g/A \cdot H_0 [1 - (p_m/p_0)^{R/C_p}] \\ &= 2g/A \cdot C_p \cdot T_0/M \cdot [1 - (p_0/p_m)^{R/C_p}]. \end{aligned}$$

So würde Helium ( $M = 4,003$ ;  $C_p = 5/2 AR$ ), das bei  $10000^0\text{K}$  und  $10^{-3}$  at erst 0,9% und bei  $10^{-5}$  at 8% Ionen aufweist und dessen charakteristische Temperaturen für Elektronenanregungen aus dem Grundzustand über  $246000^0\text{K}$  liegen, — mit einer Kessel-

temperatur von  $T_0 = 10000^0\text{K}$  und beliebigem Ofendruck oberhalb von  $10^{-3}$  at bei einem Entspannungsgefälle von  $p_0/p_m = 100$

$$w_m = 9348 \text{ m/s}$$

und bei  $p_0/p_m = 10$

$$w_m = 7906 \text{ m/s}$$

erreichen. Wenn Wasserstoff im gesamten Zustandsraum unverändert einatomig bliebe ( $M = 1,008$ ;  $C_p = 5/2 AR$ ), würde seine Ausströmgeschwindigkeit bei  $T_0 = 10000^0\text{K}$  und beliebigen Ofendrucken nur  $w_m = 18776 \text{ m/s}$  betragen, — während sie in Wirklichkeit von 20415 bei  $p_0 = 100$  at auf 29896 m/s bei  $p_0 = 10^{-3}$  at ansteigt. Immerhin liegt aber auch der erstgenannte Betrag noch höher als der entsprechende Wert für Helium.

Im Gegensatz zum Verhalten der Ausströmgeschwindigkeiten bei Isothermen und Isenthalpen nehmen bei konstantem Konvektions-Produkt im Ofen die Mündungsgeschwindigkeiten mit fallendem Heizkammerdruck immer steil zu, ziemlich unempfindlich gegen die speziellen thermodynamischen Eigenschaften des Arbeitsgases. Dies heißt nicht, daß sie für alle Stoffe bei vorgegebenen Werten für Konvektionsprodukt, Ofendruck und Entspannungsgefälle gleich groß sind. Unter diesen Bedingungen erzielen einatomige unveränderliche Arbeitsgase die höchsten Ausströmgeschwindigkeiten bei relativ hohen Aufheizungstemperaturen. Deshalb liegen unter obiger Voraussetzung Feuergastemperaturen und Ausströmgeschwindigkeiten des Wasserstoffes bei allen praktisch vorkommenden Ofendrucken niedriger als die entsprechenden Werte des Heliums, nämlich z. B. für  $p_0/p_m = 100$  und  $\gamma H_w = 4,26 \cdot 10^5 \text{ kcal/m}^2\text{s}$  bei ungefähr  $2000^0\text{K}$  und 7050 m/s beim Wasserstoff, gegenüber  $10000^0\text{K}$  und 9350 m/s beim Helium. Die dem Arbeitsgas Wasserstoff bei  $10^{-3}$  at und  $10000^0\text{K}$  entsprechenden niedrigen konvektiven Wärmeübergänge würde Helium allerdings erst bei so hohen Temperaturen erreichen, bei denen es bereits ionisiert ist und zugleich so merkbar strahlt, daß die Strahlungskomponente des Wärmeübergangs nicht mehr vernachlässigbar ist. Die günstigen Absolutwerte des Wasserstoffs von 30000 m/s Ausströmgeschwindigkeit bei einem Konvektionsprodukt von  $1,5 \cdot 10^4 \text{ kcal/m}^2\text{s}$  werden also z. B. von Helium — trotz seiner Überlegenheit hinsichtlich der Wärmeübergänge im Bereich bescheidener Mündungsgeschwindigkeiten — nie erreicht.